ESTRUTURAS DISTRIBUÍDAS DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO

QUIRINO, ROGÉRIO BASTOS[1]

RESUMO

Neste artigo pretende-se: 1) apresentar e discutir as principais características, vantagens e limitações dos estimadores de estado distribuídos; 2) analisar estruturas e metodologias de estimação de estado distribuída. Finalmente, delinear trabalhos de pesquisa a serem desenvolvidos. Acredita-se que as discussões aqui apresentadas sejam relevantes ao desenvolvimento de algoritmos de estimação baseado no mapeamento de processos aleatórios espacialmente distribuídos. As técnicas de ortogonalizações sucessivas no espaço de Hilbert e de particionamento matricial do filtro de Kalman são referenciais do estudo.

PALAVRAS-CHAVE: filtros de Kalman, estimação de estados, subsistemas desacoplados, estruturas hierárquicas, matrizes de covariância, espaços de Hilbert, sistemas descentralizados, métodos de decomposição, espaços de Krein

DISTRIBUTED STRUCTURES OF STATE ESTIMATION

ABSTRACT

There are three main objectives of this article. First, principal features, advantages, and limitations of distributed state estimators are pointed and discussed. Second, structures and methodologies related to the distributed state estimation problem are analyzed. Finally, prospects for future investigations are delineated. It is our belief that the results presented in this paper can be of great value in the development of efficient estimation algorithms based on the mapping of spatially-distributed random process. The successive orthogonalizations on the Hilbert spaces and the matrix partitioning approaches of the Kalman filter are the basis of the study.

KEYWORDS: Kalman filters, state estimation, decoupled subsystems, hierarchical structures, covariance matrices, Hilbert spaces, decentralized systems, decomposition methods, Krein spaces

1 INTRODUÇÃO

O tratamento de um sistema complexo requer o emprego de uma grande quantidade e variedade de sensores para prover uma descrição completa desse sistema e seu controle efetivo. Múltiplos sensores provêem um entendimento melhor e mais preciso do sistema e de sua operação. As aplicações de sistemas multisensoriais abrangem áreas como robótica, aeronáutica, defesa, manufatura, controle de processos, meteorologia e geração de energia.

Um sistema multisensorial pode empregar uma grande variedade de sensores com diferentes características, a fim de se obter informações sobre um determinado sistema físico. As informações diferentes e, algumas vezes, conflitantes, obtidas de múltiplos sensores dão origem ao problema de como informações podem ser combinadas de maneira coerente e consistente. Este é um dos problemas de fusão de dados em redes multisensoriais que requer, então, a elaboração de métodos que estabeleçam como informações provenientes de uma multitude de sensores podem ser combinadas, a fim de se obter "descrições plausíveis" do sistema observado.

Todos os problemas de fusão de dados em redes multisensoriais envolvem um processo de estimação de estado distribuída. O problema de fusão de informações para o rastreamento de multi-objetivos, por exemplo, envolve duas importantes fases: estimação de estado distribuída - tratada nesse artigo - e associação de dados.

Nesse contexto, considerável atenção tem sido dada ao desenvolvimento de versões modificadas paralelas e distribuídas do algoritmo do filtro de Kalman (Kalman e Bucy, 1961), conhecido como o melhor estimador linear, não polarizado, ou estimador ótimo sob suposições Gaussianas.

Em Quirino e Bottura (2003), por exemplo, foi proposto um método para detecção de falhas de sensores em redes multisensoriais, baseada numa estrutura de estimação de estados descentralizada.

A motivação para esse trabalho resulta de dois importantes fatores: 1) dos benefícios e da importância dos sistemas multisensoriais, particularmente, dos sistemas distribuídos de fusão de dados ; 2) da ausência de uma síntese dos métodos de estimação de estado distribuída existentes na literatura.

As categorias de arquiteturas distribuídas -hierárquica e descentralizada - , são apresentadas e avaliadas. Isto serve à finalidade de explicar as vantagens da descentralização. Uma definição para um sistema descentralizado é estabelecida e os benefícios de tal sistema delineados, com a finalidade de mostrar que a estimação de estado descentralizada, embora algumas vezes sub-ótima, é factível, podendo apresentar vantagens adicionais caso valha-se, por exemplo, do espaço de informação ao invés do espaço de estado como cerne do estimador de estado descentralizado (cf. Mutambara, 1995).

O problema associado com topologias completamente conectadas e as estratégias de configurações alternativas é também tratado.

[1] Engenharia de Automação e Controle, FAG. Cascavel-PR; Engenharia Elétrica, UTFPR. Medianeira-PR. E-mail: rb_quirino@hotmail.com

Define-se uma estrutura descentralizada, ou seja, não hierárquica ou desierarquizada, como sendo um sistema de processamento de dados no qual toda informação é processada localmente sem a necessidade de processamento centralizador ou coordenador. Ela consiste de uma rede de nós locais, cada um deles com seu recurso de processamento próprio, que juntos podem requerer ou não recurso de comunicação entre si, mas dispensam fusão e processamento de comunicação, seja centralizada ou coordenada.

A abordagem utilizada em Chong (1979), para o estudo da teoria de estimação hierárquica, será explorada na seção 2, dada a sua importância para compreensão, análise e desenvolvimento de estruturas de estimação distribuídas.

Na seção 3, são feitas a apresentação e análise de desenvolvimento de estruturas de estimação distribuída, bem como, das dinâmicas de comunicação associadas, tomando como base das proposições dessas estruturas, as versões hierárquicas do filtro de Kalman.

Na seção 4, procura-se fazer um exame minucioso e atento com nova leitura do problema tratado em grande parte da literatura.

Finalmente, as conclusões são relatadas na seção 5.

2 FORMULAÇÃO DO PROBLEMA DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO DISTRIBUÍDA

A teoria geral de sistemas hierárquicos continua sendo intensamente aplicada a controle e estimação. Essa aplicação, na grande maioria dos casos, envolve técnicas de otimização – variância mínima na abordagem de Kalman - e conceitos de estruturas hierárquicas, tendo como objetivo a geração de arquiteturas de estimação de estado com diferentes graus de desempenho.

Fundamentos da Estimação Hierárquica

Pretendemos ilustrar o problema de estimação de um vetor de estado aleatório x condicionada às inovações de duas observações y^1 e y^2. Dadas as estimativas locais de x $\hat{x}^1 = E(x/y^1)$ e $\hat{x}^2 = E(x/y^2)$ e as covariâncias de erro associadas, queremos encontrar a estimativa global $\hat{x} = E(x/y^1, y^2)$ e a covariância de erro correspondente.

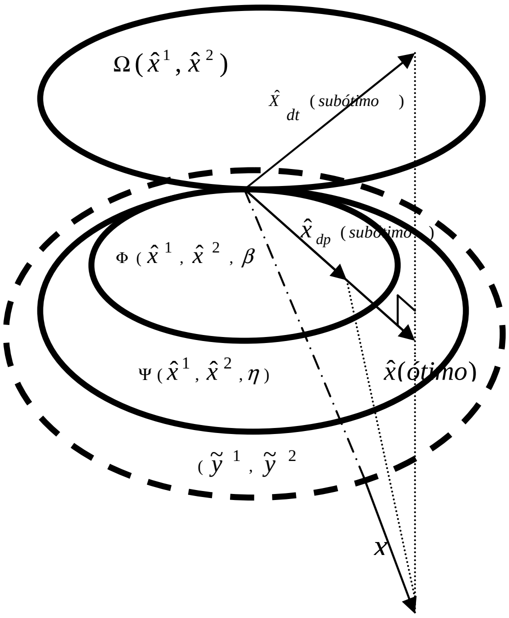
O principal aspecto que essa conhecida formulação reflete no problema da decomposição distribuída, é o seguinte: “Qual dinâmica de troca de informações na estrutura decomposta atenderá à formulação desse estimador global $\hat{x}$ com critério de variância mínima? ”.

As condições de necessidade e suficiência para reconstrutibilidade global podem ser interpretadas como segue. Se $(\tilde{y}^1, \tilde{y}^2)$, subespaço das inovações, e $(\hat{x}^1, \hat{x}^2)$, subespaço da estimação de estado distribuída, são relacionados por transformações inversíveis, então $(\tilde{y}^1, \tilde{y}^2)$ e $(\hat{x}^1, \hat{x}^2)$ geram o mesmo espaço. Em geral, $(\tilde{y}^1, \tilde{y}^2)$ e $(\hat{x}^1, \hat{x}^2)$ não geram o mesmo espaço, impossibilitando a reconstrutibilidade global ótima no sentido de Kalman. Portanto, a reconstrutibilidade é possível quando a projeção de x sobre $(\tilde{y}^1, \tilde{y}^2)$ se encontrar no mesmo espaço gerado por $\hat{x}^1$ e $\hat{x}^2$.

Considere o caso de $\hat{x}_{(ótimo)}$ não se encontrar no subespaço ψ, gerado por $\hat{x}^1$ e $\hat{x}^2$, conforme mostrado na Figura 1.

Neste caso, poderíamos adotar as seguintes abordagens: 1) Construir um estimador de estado global descentralizado, baseado na transferência das estimativas locais e de dados β, resultantes da elaboração de uma transformação $T^{i\beta}$ que estabelece uma relação “aproximada” entre os subsistemas locais e o sistema global. A transformação $T^{i\beta}$ nos permite gerar uma estrutura de estimação de estado não hierárquica na qual os dados β são transmitidos entre subsistemas no único nível existente na estrutura. Esse estimador de estado seria sub-ótimo no sentido de Kalman; 2) Alternativamente, construir um estimador de estado que aumentasse o subespaço gerado por $\hat{x}^1$, $\hat{x}^2$ e β, mediante a incorporação de um conjunto de informação $\eta > \beta$, onde $\eta \supset \beta$, até que $\hat{x}_{(ótimo)}$ esteja contido neste espaço aumentado. Os dados $\eta(\tilde{y}^1, \tilde{y}^2)$ resultam da transformação $T^{i\eta}$ que estabelece uma relação exata entre os modelos locais e o modelo global. Esses dados são transmitidos entre níveis de uma determinada estrutura hierárquica de estimação de estado coordenada ou centralizada .

Figura 1 – Vista geométrica da estimação de estado distribuída (Ω- subespaço de desacoplamento total: dt ; ø- subespaço de desacoplamento parcial : dp ; ψ- subespaço dos acoplamentos)



Se desejarmos minimizar a comunicação na segunda abordagem, sem comprometer o desempenho do filtro, a dimensão do vetor de dados η deverá ser a mais reduzida possível obedecendo à restrição $\eta > \beta$. Tão logo a estimação seja concebida, o subespaço das inovações $\left(\tilde{y}^1, \tilde{y}^2\right)$ é equivalente a $(\hat{x}^1, \hat{x}^2, \eta)$, denominado subespaço de estimação de estado ótima distribuída.

Para um sistema global inerente e completamente desacoplado, os subespaços $\Omega, \Psi,$ e Φ conformariam um único subespaço dentro do subespaço das inovações $(\tilde{y}^1, \tilde{y}^2)$. Neste caso, a estrutura de estimação de estado global seria intrínsecamente não hierárquica e totalmente descentralizada.

3 ESTRATÉGIAS DE ESTIMAÇÃO DE ESTADO DISTRIBUÍDA

As estratégias de decomposição distribuída da estimação de estado podem ser desenvolvidas tanto para o estágio de predição como para o estágio de correção da predição do filtro de Kalman. A necessidade de se decompor somente um ou ambos estágios dependerá da incorporação ou não da correlação entre os ruídos de observação e de estado no modelo do sistema. Em Hashemipour et. al (1987), por exemplo, são desenvolvidas estratégias de decomposição para ambos estágios do filtro de Kalman.

A discussão neste trabalho sobre o problema de estimação de estado distribuída, abrange somente a decomposição do estágio de correção da predição do filtro de Kalman e fundamenta-se em duas versões conhecidas: Variante da Covariância Inversa do filtro de Kalman (cf. Anderson e Moore, 1979) e filtro de Kalman na sua versão original (cf. Kalman e Bucy , 1961).

3.1 Estratégias via Particionamento Matricial (baseadas na versão da Covariância Inversa)

Considere o modelo do sistema global:

$$x_{k+1} = A_k x_k + w_k \qquad (1)$$

onde w_k é independente de x_0 que supostamente é uma variável Gaussiana com covariância P_0.

Considere, também, um conjunto de N observações locais desse sistema global, influenciado por ruído local, formado pelas equações:

$$y_k^i = H_k^i x_k + v_k^i, \; i = 1,2,..., N \qquad (2)$$

onde os v^i,s são independentes entre si e de w e x_0, com covariância R^i_k.

O problema de fusão das estimações locais de estado distribuídas espacialmente, é estabelecido na suposição que os algoritmos locais processarem modelos igualmente locais descritos por:

$$x_k^i = A_k^i x_k^i + w_k^i \qquad (3)$$

$$y_k^i = C_k^i x_k^i + v_k^i \qquad (4)$$

onde i=1,2,..,N

Os modelos utilizados na representação global do processo, x, e das observações locais, y^1 e y^2 , baseadas no conhecimento de x, provêem uma *representação exata* desse mesmo processo. Por outro lado, os modelos utilizados nas representações locais do processo global, x^1 e x^2, e das observações locais y^1 e y^2 , baseadas no conhecimento de x^1 e x^2 , podem prover somente uma representação aproximada do processo em questão.

É possível que x^i seja igual a x representando exatamente o processo global. Neste caso, x^i é um processo Markoviano idêntico a x. No caso de $x^i \neq x$, poderia haver uma matriz de transformação local (nodal) tal que $x^i=T^i x$. Se não existir T^i que satisfaça essa transformação, então ou x^i representa um sub-vetor de x não contemplado no modelo global, ou x^i representa um modelo "aproximado" do modelo global. Essa "aproximação" pode ser obtida, por exemplo, utilizando-se um modelo de ordem reduzida, obtido através da relaxação de parte das correlações do modelo global.

Para o problema de estimação distribuída formulado com base nas equações (1) - (4), a solução da equação de estimação do estado global que será processada numa unidade centralizadora, baseada na observação do sistema global descrita pela equação (2), pode ser escrita como:

$$\hat{x} = \bar{x} - P\sum_{i=1}^{N} H^{i^t} R^{i^{-1}} H^i \bar{x} + P\sum_{i=1}^{N} H^{i^t} R^{i^{-1}} y^i \qquad (5)$$

onde $\bar{x} \equiv$ predição de x; $P \equiv$ covariância do erro de estimação de x.

Se existir uma relação de transformação T^i entre as dinâmicas locais e global, então o processamento nos nós locais resolve o seguinte problema de estimação local :

$$\begin{aligned} H^{i^t} R^{i^{-1}} y^i &= (P^i \Gamma^{i^t})^{\perp} [\hat{x}^i - (I - H^{i^{-1}}. \\ &.R^{i^{-1}} H^i \Gamma^i) \bar{x}^i] \end{aligned} \qquad (6)$$

onde Γ^i é a pseudo- inversa da matriz de transformação nodal T^i e $\perp$ denota a pseudo inversa.

Das equações (5) e (6) teremos:

$$\hat{x} = \Lambda \bar{x} + \sum_{i=1}^{N} G^i (\hat{x}^i - \Lambda^i \bar{x}^i) \qquad (7)$$

onde

$$\begin{aligned} \Lambda &= I - P\sum_{i=1}^{N} H^{i^t} R^{i^{-1}} H^i; \\ G^i &= P \mathrm{T}^{i^t} P^{i^{\perp}}; \\ \Lambda^i &= I - H^{i^t} R^{i^{-1}} H^i \Gamma^i; \end{aligned} \qquad (8)$$

Em geral, as estimativas locais $\hat{x}^i$ não são independentes entre si e a correlação entre elas é considerada na estimativa global através da dinâmica da matriz P no ganho de correção G^i descrito pela equação (8).

Se existir uma matriz de transformação nodal T^i na equação (8) que transforme o modelo global num modelo local "aproximado" factível, tal que P, por exemplo, seja diagonalizável, então podemos construir um estimador global desierarquizado e subótimo com um conjunto de dados comunicados $\beta(\hat{x}^i)$ de dimensão menor que $\eta(\hat{x}^i)$, i=1,2,...,N, conforme representado na figura 1.

As estratégias hierárquicas via o método de particionamento matricial requerem um módulo centralizador com a finalidade de fundir as estimativas locais na estrutura do filtro distribuído.

3.2 Estratégias via Projeções Ortogonais Múltiplas (baseadas na versão de Kalman-Bucy)

Nessa classe de estratégias, os nós locais dispõem somente do conhecimento dos modelos locais que são subsistemas exatos do sistema global. Portanto, a elaboração de estratégias pelo método de projeções ortogonais sucessivas pressupõe uma transformação nodal T_i^{η} , não explícita, mas que satisfaz uma relação exata entre o sistema global e os subsistemas locais.

Em decorrência da transformação T_i^{η}, um módulo coordenador de suporte ao cálculo das estimativas locais, ao invés de um módulo centralizador, se faz necessário.
Considere a representação dos modelos locais:

$$x_{k+1}^i = A_k^i x_k^i + \sum_{\substack{i=1 \\ j \neq i}}^{N} A_k^{ij} x_k^j + w_k^i$$

$$y_k^i = H_k^i x_k^i + v_k^i$$

onde são válidas as mesmas suposições feitas para as variáveis das equações (1) e (2).

A idéia chave do método de projeções múltiplas consiste na decomposição do estágio de correção da predição através da projeção ortogonal do estado x^i sobre o vetor de observação do sistema global, particionado num número de componentes equivalente a N observações locais, produzindo o seguinte resultado de estimação:

$$\hat{x}^i = \bar{x}^i + \sum_{i=1}^{N} E(x^i / \tilde{y}_i^{i-1}) \qquad (9)$$

onde

$\sum_{i=1}^{N} \tilde{y}_i^{i-1}$ gera o subespaço de Hilbert :

$$\tilde{y}^1{}_{(k/k-1)} \oplus \tilde{y}_{2(k/k)}^1 \oplus \tilde{y}_{3(k/k)}^2 \oplus \ldots \oplus \tilde{y}_{N(k/k)}^{N-1}; \qquad (10)$$

$\bar{x}^i = E(x^i / Y_{k-1})$;

$Y_{k-1} \equiv$ subespaço das observações até o instante (k-1).

As correções das predições locais, baseadas nas (N-1) inovações não locais descritas na representação (10), determinam a natureza distribuída do filtro em que o coordenador, auxiliando no cálculo dessas correções, desempenha o papel importantíssimo de garantir a incorporação das correlações inerentes entre os modelos locais exatos "a-priori" particionados e o modelo global. Conseqüentemente, preserva-se a otimalidade do filtro distribuído no sentido de Kalman.

Quirino e Bottura (2001) propuseram uma transformação nodal $T^{i\beta}$ sobre o estado local, "a priori" já transformado, não explicitamente, por $T^{i\eta}$ na formulação feita por Hassan et. al (1978), que dispensa as (N-1) inovações não locais da representação (10).

4 DISCUSSÃO E PROSPECÇÃO

As estruturas hierárquicas, em geral, inerentemente estruturas de estimação ótima, já não apresentam bom desempenho, visto que: a) Construindo a estimativa global a partir das estimativas locais, mais dados poderiam ser pré-processados localmente, sem qualquer perda de desempenho global? ; b) Fazendo uma filtragem local dos dados, poderíamos reduzir a largura de banda para transmissão de informação para o processador central? ; c) Permitindo que os modelos locais difiram dos modelos globais, poderíamos obter vantagens com o processamento de modelos locais reduzidos? .

Todavia, tais aspectos, em princípio favoráveis, que as estruturas hierárquicas oferecem, não se mostram tão vantajosos quando essas estruturas são implementadas. Tais estruturas apresentam um desempenho reduzido do ponto de vista dos requisitos de comunicação e sincronização, especificamente, quando o número de subsistemas particionados aumenta. O congestionamento no processamento das estruturas hierárquicas é causado pela fusão centralizadora ou coordenadora da informação proveniente dos subsistemas. Embora esse módulo de fusão coordenador ou centralizador possa ser conformemente descentralizado através de procedimentos estritamente computacionais, tais procedimentos de descentralização geralmente produzem estruturas completamente conectadas cuja carga computacional exigida é igual ou maior do que as das estruturas hierárquicas originais. Além disso, os ganhos nos requisitos de comunicação e sincronização das estruturas descentralizadas via procedimentos de descentralização do filtro de Kalman hierárquico meramente computacionais não são significativos, como mostrado em Quirino et. al (1998), a ponto de se justificar a utilização dessas estruturas.

A existência de troca de informações entre subsistemas num mesmo nível das estruturas de estimação de estado descentralizadas depende do desenvolvimento matemático utilizado na desierarquização do filtro de Kalman, como apresentado na seção 3, podendo tornar a implementação dessas estruturas, ainda que descentralizadas, pouco vantajosa.

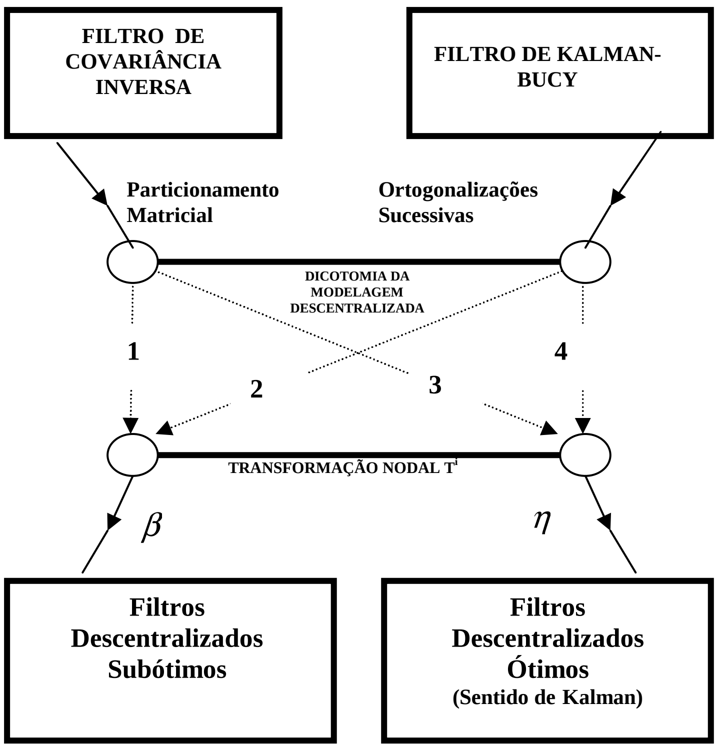
Com o objetivo de minimizar os efeitos das limitações das estruturas hierárquicas, decompostas ou não, formula-se as seguintes questões: 1) Como construir estimativas de estado filtradas descentralizadas sub-ótimas a partir da fusão combinada de estimativas filtradas locais nos nós locais e garantir estabilidade dos subsistemas ? 2) Como a proposta de particionamento dos modelos locais pode reduzir a subotimalidade e garantir a estabilidade dos subsistemas resultantes no problema de estimação de estado descentralizada?

As contribuições e limitações dos trabalhos existentes na literatura abordam a paralelização das equações do filtro de Kalman num ou mais dos diferentes estágios: 1) paralelismo no estágio de predição; 2) paralelismo no estágio de estimação; e 3) paralelismo via segmentação. Uma técnica adicional para obtenção de paralelismo foi criada por Travassos (1983), na qual as equações de predição e correção da predição do filtro de Kalman são processadas simultaneamente. A idéia chave dessa técnica reside no desacoplamento forçado dos estágios de predição e correção de uma iteração na recursividade na história do filtro. Contudo, o filtro paralelo proposto é hierárquico e sub-ótimo no sentido de Kalman como demonstrado em Hashemipour e Laub (1988) através da análise das matrizes de covariância de erro de estimação. A técnica proposta em Travassos (1983) não será aqui discutida e sua investigação mais aprofundada com respeito ao grau de subotimalidade da estrutura decorrente da aplicação dessa técnica, permanece em aberto.

Adicionalmente, estudos que tratam do projeto de estruturas de estimação de estado descentralizadas foram desenvolvidos por Shah (1971), Sanders et al. (1978), Tacker e Sanders (1980), Willsky et al. (1982) e Quirino e Bottura (2001). Neles, invariavelmente, as equações (7) e (9) da seção 3 são utilizadas na discussão sobre a dicotomia da representação do sistema.

Um diagrama que resume as classes de estratégias para desenvolvimento de topologias descentralizadas é mostrado na Figura 2. Nele, as versões de Kalman-Bucy e sua versão modificada pela aplicação do lema da inversão matricial à matriz de covariância da estimação, são os algoritmos de estado ótimos hierárquicos em que se baseiam as estratégias.

Figura 2 – Classes de Estratégias de Estimação de Estado Descentralizada



As topologias completamente conectadas que resultam estritamente da desierarquização através da distribuição meramente computacional do filtro de Kalman hierárquico, também podem prover um estimador de estado descentralizado ótimo, resultante ou da distribuição da tarefa de coordenação entre os subsistemas no nível inferior da hierarquia, classe 4 da Figura 2 (cf. Quirino e Bottura, 1998), ou da transferência completa da tarefa de centralização para cada um dos subsistemas no nível inferior, classe 3 da Figura 2 (cf. Mutambara, 1995). Tais procedimentos de desierarquização caracterizam-se por serem procedimentos meramente de distribuição computacional.

Apesar de não proporcionarem ganhos significativos, as topologias desierarquizadas pela distribuição estritamente computacional apresentam aspectos comparativos importantes como escalabilidade, comunicação, computação e vulnerabilidade a perdas de canais de comunicação.

Nas estratégias de descentralização baseadas tanto no método de projeções múltiplas como no método de particionamento matricial, defrontamo-nos igualmente com a questão de qual modelo de subsistemas locais adotar em relação ao modelo global.

Portanto, torna-se imprescindível, com o objetivo de projetar topologias de estimação parcial ou completamente descentralizadas, a partir de quaisquer das versões do filtro de Kalman hierárquico, abordar a generalização do modelo de estado e de como as matrizes de transformações nodais podem ser determinadas. Além disso, procurar estabelecer uma relação de dualidade entre algoritmos descentralizados derivados das versões do filtro de Kalman hierárquico, contribui significativamente para o entendimento mais abrangente das metodologias de descentralização.

A perspectiva de projeto de estruturas de estimação de estado descentralizadas sem a decorrência explícita de estruturas distribuídas – ótimas ou não -, como a esboçada em Shah (1971), dificulta o entendimento da filosofia de desenvolvimento de tais estruturas, pelo fato de na maioria das vezes, essa perspectiva não contemplar a relação de origem das estruturas projetadas com quaisquer das existentes.

Diferentemente dessa perspectiva, Quirino e Bottura (2001) propuseram uma estrutura de estimação de estado descentralizada, classe 2 da Figura 2, cujo desenvolvimento é elaborado a partir da estimação de estado hierárquica de Kalman desenvolvida por Hassan et al. (1978), através de uma transformação nodal aproximada respaldada na técnica SPA (Supplemented Partitioning Approach) desenvolvida por Shah (1971). Em Quirino e Bottura (2001), é apresentado um teorema que estabelece as condições de suficiência para obtenção da estrutura do filtro, bem como é feita a analogia dessas condições com as estabelecidas na técnica SPA (cf. Shah, 1971).

Remetendo à dualidade de algoritmos descentralizados, seria relevante, por exemplo, encontrar uma transformação nodal que conduza à geração de um filtro na classe 1 da figura 2, dual ao filtro proposto em Quirino e Bottura (2001).

O trabalho de Willsky et al. (1982), constitui-se numa referência chave muito importante, devido à apresentação de perspectivas relevantes, através das quais podemos fazer incursões em projeto de algoritmos de estimação de estado distribuída.

Ademais, existe a necessidade de estudos que estendam a análise dos métodos de decomposição apresentados na literatura, que têm como foco principal o espaço de Hilbert, aos de decomposição que apresentam como cerne as projeções oblíquas em espaços de Krein, com métrica indefinida, consideradas no estudo da teoria de estimação $H\infty$ em Kailath et. al (2000).

5 CONCLUSÃO

Procuramos discutir e sintetizar neste artigo, as estratégias de estimação de estado distribuída propostas em boa parte da literatura, analisando os aspectos já investigados e sob investigação a elas relacionados.

Esperamos que o tratamento dado ao problema neste artigo contribua para novas reflexões e perspectivas nessa classe de problemas de sistemas distribuídos.

Um estudo de formas canônicas das matrizes de transformação nodal, obtidas através de fatorizações de certos operadores indefinidos na solução $H\infty$, bem como, de medidas de subotimalidade decorrentes dessas fatorizações, imprescindíveis às estratégias de distribuição, é de grande valia para o projeto e análise de estruturas distribuídas eficientes.

REFERÊNCIAS

ANDERSON, B. D. O., Moore, J. B., (1979). Optimal Filtering, In Thomas Kailath Ed., pp. 138-142, Prentice-Hall, N. J., USA.

CHONG, C.Y., (1979). Hierarchical Estimation. *Proc. 2nd MIT/ONR C3 Workshop*, Monterey,CA,USA.

HASHEMIPOUR, R.H., Roy, S., Laub, J.A., (1987). Decentralized Structures for Kalman Filtering. *Proc. IEEE TAC*, vol. 33, pp..88-94.

HASHEMIPOUR, R.H., and LAUB, A J., (1988). On the Suboptimality of a Parallel Kalman Filter. *Proc. IEEE TAC*, vol.33, No.2,pp. 214-217.

HASSAN,M.F., SALUT, G., SINGH, M. G., TITLI, A., (1978). A Decentralized Computational Algorithm for the Global Kalman Filter. *Proc. IEEE TAC*, vol. AC-23, PP.262-268.

KAILATH, T., SAYED A.H. AND HASSIBI B. (2000). Linear Estimation. In Thomas Kailath Ed., pp. 109—110, 360. Prentice-Hall, New Jersey.

KALMAN, R. E., BUCY, R.S., (1961). New Results in Linear Filtering and Prediction Theory. *J. of Basic Engineering*, pp. 95-107.

MUTAMBARA, A.G.O,(1995). Decentralized Estimation and Control with Application to a Modular Robot. Ph.D. Thesis, Oxford University, U.K.

QUIRINO,R.B., BOTTURA, C. P., COSTA FILHO, J .T., (1998). A Computational Structure For Parallel and Distributed Kalman Filtering. *Anais do 12º Congresso Brasileiro de Automática*, Uberlândia-MG.

QUIRINO, R. B., BOTTURA C. P., (2001). An Approach for Distributed Kalman Filtering. Revista Controle e Automação - SBA, vol. 12, No.1, pp. 19-28.

QUIRINO, R.B., BOTTURA C.P., (2003). A Method to Sensor Composite Fault Detection using Overlapping Decomposition. Revista Controle e Automação - SBA, vol. 14, No.3, pp. 245-253.

SANDERS, C. W., TACKER, E. C., LINTON, T. D., AND LING, R. Y. S., (1978). Specific Structures For Large Scale State Estimation Algorithms Having Information Exchange. Proc. IEEE TAC, vol. AC-23, No. 2, pp. 255-260.

SHAH, M. M., (1971). Suboptimal Filtering Theory for Interacting Control Systems. Ph.D. Thesis, University of Cambridge,UK.

SPEYER, J.L., (1979). Computation and Transmission Requirements for a Decentralized Linear-Quadratic-Gaussian Control Problem. Proc. IEEE TAC, vol. AC-24, pp. 266-269.

TACKER,E.C., SANDERS,C.W., (1980). Decentralized Structures for State Estimation in Large Scale Systems. Large Scale Systems,vol. 1., pp. 39-49.

TRAVASSOS, R.H., (1983). Application of Systolic Array Technology to Recursive Filtering. VLSI and Modern Signal Processing. In Thomas Kailath Ed., pp. 375-388, Prentice Hall, N.J,USA.

WILLSKY,A.S, BELLO,M.G., CASTANON,D.A., LEVY,B.C., VERGHESE,G.C.,(1982).Combining and Updating of Local Estimates and Regional Maps Along Sets of One-Dimensional Tracks, Proc. IEEE TAC, vol. AC-27, pp. 799-813.