

ANÁLISE DE DEGRADAÇÃO DO CANCELADOR DE ECO HÍBRIDO FIR-IFIR USADO EM CANAIS TELEFÔNICOS

MAIA, Vânio¹

RESUMO

Neste artigo, é apresentada a análise de degradação introduzida pelo filtro interpolado no cancelador de eco híbrido FIR-IFIR. Através de uma abordagem conjunta combinando filtragem transversal interpolada e otimização com restrições lineares, os filtros ideais são determinados e uma medida de degradação que é uma função da correlação do sinal de entrada, do grau de esparsidade do filtro IFIR e dos parâmetros interpolados, é obtida.

PALAVRAS-CHAVE: cancelador de eco, filtro interpolado, análise de degradação

DEGRADATION ANALYSIS OF HYBRID ECHO CANCELLER FIR-IFIR USED IN TELEPHONE CHANNELS

ABSTRACT

In this paper, we present an analysis of the degradation introduced by the interpolated filter into the FIR-IFIR hybrid echo canceller. Through a joint approach combining interpolated transversal filtering and linearly-constrained optimization, the optimum filters are determined and a degradation measure, which is a function of the input signal correlation, of the IFIR filter sparseness degree and of the interpolator parameters, is obtained.

KEYWORDS: echo canceller, interpolated filter, degradation analysis

1. INTRODUÇÃO

Filtros FIR interpolados têm sido empregados no método de filtragem de Wiener a fim de reduzir a complexidade de processamento, principalmente no que tange ao número de operações de multiplicação nas etapas de filtragem e adaptação. Tais filtros decorrem da remoção de algumas amostras da resposta impulsiva de um filtro FIR que se deseja projetar, as quais são recuperadas posteriormente por interpolação. Quanto a operação de interpolação, esta também é implementada por filtragem FIR (passa-baixas) de baixa ordem [1]-[3].

Em algumas aplicações, com o intuito de manter a complexidade de processamento do filtro a patamares praticáveis, costuma-se remover um número significativo de amostras de sua resposta ao impulso e, além disto, utilizar um interpolador rudimentar – em geral linear. O preço pago por isto é a perda de desempenho do sistema, que pode chegar a níveis inadequados. Surge, então, a necessidade de estudarmos a degradação introduzida pelo filtro FIR interpolado nos sistemas de filtragem de Wiener.

Recentemente, a filtragem de Wiener interpolada foi tratada como um problema de otimização com restrições lineares [4]-[6]. Uma nova estrutura de implementação foi apresentada e o filtro ótimo de Wiener interpolado foi definido. Além disto, a análise da degradação introduzida pelo filtro IFIR foi realizada. Já no contexto adaptativo, o emprego do algoritmo RLS tornou-se possível e tem sido sugerido.

Contudo, tal abordagem não contempla a estrutura de filtragem híbrida, FIR e IFIR, proposta por Abousaada [7] para cancelamento de eco em linhas telefônicas, onde a remoção das amostras ocorre somente numa parte e não ao longo de toda a resposta ao impulso do filtro.

Logo, a definição dos filtros ótimos (híbridos) do cancelador Abousaada [7] e a quantificação da degradação inserida neste sistema pelo filtro interpolado fazem-se necessários e constituem no objeto de proposta do presente trabalho, os quais também já foram apresentados em [11]-[12].

2. FILTRAGEM DE WIENER COM RESTRIÇÕES LINEARES

Considere o esquema clássico de filtragem de Wiener representado na Figura 1 [8]. O sinal de erro, $e(n)$, dado pela diferença entre o sinal desejado ou de referência, $d(n)$, e sua estimativa, $y(n)$, é descrito por

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) - y(n) \\ &= d(n) - \mathbf{w}^T \mathbf{x}(n), \end{aligned} \tag{1}$$

onde

¹ Doutorando em Engenharia Biomédica pela UTFPR/Curitiba/PR; Mestre em Engenharia Elétrica pela UFSC/SC; Graduado em Engenharia Elétrica pela UCPel/RS. Coordenador e Professor dos cursos de Engenharia de Controle e Automação, Engenharia Elétrica e Engenharia de Telecomunicações da Faculdade Assis Gurgacz – FAG – Cascavel/PR – e-mail: vanio@fag.edu.br.

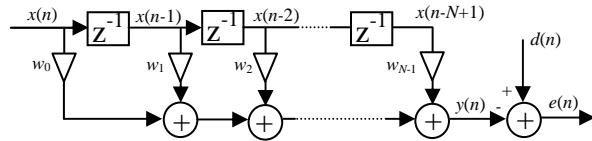
$$\mathbf{x}(n) = [x(n), x(n-1), \dots, x(n-N+1)]^t \quad (2)$$

denota o vetor $N \times 1$ contendo as N amostras mais recentes do sinal de entrada e

$$\mathbf{w} = [w_0, w_1, \dots, w_{N-1}]^t \quad (3)$$

o vetor $N \times 1$ de coeficientes do filtro transversal de ordem $N-1$. Sem perda de generalidade, todos os parâmetros são supostamente reais.

Fig.1: Filtragem de Wiener.



A formulação da filtragem de Wiener com restrições lineares é descrita como [9]:
minimizar

$$E\{e^2(n)\} = E\{[d(n) - \mathbf{w}^t \mathbf{x}(n)]^2\} \quad (4a)$$

sujeito à

$$\mathbf{C}^t \mathbf{w} = \mathbf{f}, \quad (4b)$$

onde a matriz de restrição \mathbf{C} $N \times K$ e o vetor de resposta \mathbf{f} $K \times 1$ estabelecem o conjunto de K equações lineares a ser satisfeito pelos N coeficientes do filtro transversal. Vale ressaltar que os elementos de \mathbf{C} e \mathbf{f} são constantes. Supondo que \mathbf{C} tem posto cheio e $K < N$ (o que implica em posto igual a K), as K restrições são linearmente independentes e (4b) possui mais de uma solução em \mathbf{w} .

A solução desejada é aquela que minimiza o erro quadrático médio. O vetor de coeficientes ótimo é obtido pelo método dos multiplicadores de Lagrange [8] e é dado por:

$$\mathbf{w}_{or} = \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p} + \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{C})^{-1} (\mathbf{f} - \mathbf{C}^t \mathbf{R}^{-1} \mathbf{p}) \quad (5)$$

onde

$$\mathbf{R} = E\{\mathbf{x}(n) \mathbf{x}^t(n)\} \quad (6)$$

é a matriz de autocorrelação $N \times N$ de $\mathbf{x}(n)$ e

$$\mathbf{p} = E\{\mathbf{x}(n) d(n)\} \quad (7)$$

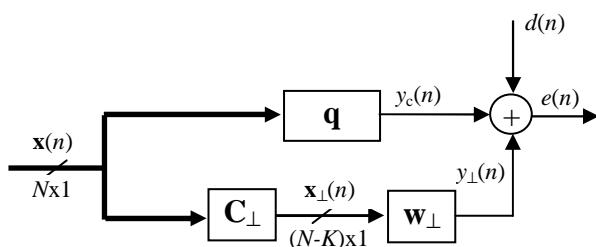
o vetor $N \times 1$ de correlação cruzada entre $\mathbf{x}(n)$ e $d(n)$.

Em (4), as restrições são inseridas de forma conjunta com o critério de otimização. A seguir, apresenta-se uma maneira indireta de incorporar as restrições no esquema de filtragem de Wiener.

2.1 A Estrutura GSC

Uma forma de implementação alternativa e indireta da filtragem de Wiener com restrições lineares é representada em diagrama de blocos na Figura 2. O esquema de filtragem restrita apresentado é conhecido como GSC (*Generalized Sidelobe Canceller*) [9]. Basicamente, o GSC é um mecanismo para transformar um problema de otimização restrita na forma não restrita.

Fig. 2: Implementação GSC da filtragem de Wiener restrita.



As colunas da matriz $\mathbf{C}_\perp Nx(N-K)$ constituem uma base para o complemento ortogonal do subespaço expandido pelas colunas de $\mathbf{C}(\mathbf{C}^t \mathbf{C}_\perp = 0_{Kx(N-K)})$. Esta matriz é chamada de matriz de bloqueio de sinal. O vetor $\mathbf{w}_\perp (N-K)x1$ constitui um filtro irrestrito, enquanto que o vetor $\mathbf{q} = \mathbf{C}(\mathbf{C}^t \mathbf{C})^{-1} \mathbf{f} Nx1$ um filtro que satisfaz as restrições $(\mathbf{C}^t \mathbf{q} = \mathbf{f})$.

Agora, o sinal de erro é dado por:

$$\begin{aligned} e(n) &= d(n) + y_c(n) - y_\perp(n) \\ &= d(n) + \mathbf{q}^t \mathbf{x}(n) - \mathbf{w}_\perp^t \mathbf{C}_\perp^t \mathbf{x}(n). \end{aligned} \quad (8)$$

No sentido do erro quadrático médio, o vetor \mathbf{w}_\perp é escolhido de forma a minimizar a seguinte função custo:

$$\begin{aligned} J(\mathbf{w}_\perp) &= E\{e^2(n)\} \\ &= E\{[d(n) + \mathbf{q}^t \mathbf{x}(n) - \mathbf{w}_\perp^t \mathbf{C}_\perp^t \mathbf{x}(n)]^2\} \\ &= \sigma_d^2 + 2\mathbf{q}^t \mathbf{p} + \mathbf{q}^t \mathbf{R} \mathbf{q} - 2\mathbf{w}_\perp^t \mathbf{C}_\perp^t \mathbf{p} + \mathbf{w}_\perp^t \mathbf{C}_\perp^t \mathbf{R} \mathbf{C}_\perp \mathbf{w}_\perp - 2\mathbf{w}_\perp^t \mathbf{C}_\perp^t \mathbf{R} \mathbf{q} \end{aligned} \quad (9)$$

onde σ_d^2 denota a variância do sinal desejado e a solução ótima é dada por

$$\mathbf{w}_{\perp o} = [\mathbf{C}_\perp^t \mathbf{R} \mathbf{C}_\perp]^{-1} \mathbf{C}_\perp^t [\mathbf{p} + \mathbf{R} \mathbf{q}]. \quad (10)$$

A próxima seção descreve a filtragem FIR interpolada e sua utilização no método de filtragem de Wiener.

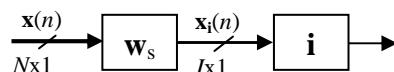
3. FILTRAGEM IFIR

A técnica de filtragem FIR interpolada (IFIR _interpolated finite impulse response) foi introduzida por Neuvo et al. [1]. Seu objetivo é explorar as redundâncias nos coeficientes do filtro, através da remoção de algumas amostras da resposta ao impulso que são, posteriormente, recuperadas por interpolação. Obtém-se, assim, uma redução do número de operações aritméticas (multiplicação e soma) realizadas nos procedimentos de filtragem e atualização dos coeficientes de um filtro adaptativo.

Na forma de diagrama de blocos, o filtro IFIR pode ser visto como uma associação em cascata de dois sistemas (Figura 3).

O primeiro representa um filtro FIR cuja resposta ao impulso é esparsa. Isto vale dizer que somente uma amostra, de cada conjunto de L amostras consecutivas de sua resposta ao impulso, é diferente de zero. Dito de uma outra forma, entre duas amostras diferentes de zero de sua resposta ao impulso, há $L-1$ amostras iguais a zero. Portanto, se o filtro esparso tem N coeficientes, $\lceil N/L \rceil$ amostras de sua resposta ao impulso são diferentes de zero e $N - \lceil N/L \rceil$ amostras são iguais a zeros, onde $\lceil \bullet \rceil$ representa a operação de arredondamento de \bullet para o próximo inteiro.

Fig. 3: Filtragem IFIR.



O segundo sistema é um filtro FIR interpolador que tem como função estimar as amostras iguais a zero do filtro esparso.

Este pode ser implementado com poucas operações aritméticas, sendo que seu número de coeficientes depende de L (L é conhecido como grau de esparsidade ou fator de interpolação).

A estrutura completa requer aproximadamente $1/L$ da quantidade de operações aritméticas de um filtro FIR convencional equivalente.

3.1 O Filtro de Wiener Interpolado

A Figura 4 ilustra o esquema clássico de filtragem de Wiener, onde o filtro transversal foi substituído por um filtro IFIR.

O vetor de coeficientes do filtro esparso, $N \times 1$, é denotado por

$$\mathbf{w}_s = [w_{s_0}, w_{s_1}, \dots, w_{s_{N-1}}]^t \quad (11)$$

e o vetor de coeficientes do interpolador, $I \times 1$, por

$$\mathbf{i} = [i_0, i_1, \dots, i_{I-1}]^t \quad (12)$$

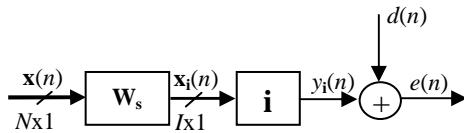
Logo, o sinal de erro é expresso por

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}_s^t \mathbf{X}(n) \mathbf{i} \quad (13)$$

onde

$$\mathbf{X}(n) = [\mathbf{x}(n), \mathbf{x}(n-1), \dots, \mathbf{x}(n-I+1)]_{N \times I} \quad (14)$$

Fig. 4: Filtragem de Wiener interpolada.



A condição de esparsidade de \mathbf{w}_s pode ser facilmente obtida por um conjunto de restrições lineares fazendo (por exemplo, para $L=2$ e N ímpar):

$$\mathbf{C}^t = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}_{K \times N} \quad (15)$$

e

$$\mathbf{f} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{K \times 1} = \mathbf{0}_{K \times 1} \quad (16)$$

onde $K=N-[N/L]$.

Impondo $\mathbf{C}^t \mathbf{w}_s = \mathbf{f}$, faz com que os elementos nas linhas pares de \mathbf{w}_s sejam iguais a zero no processo de otimização restrita. Logo, o vetor \mathbf{w}_s ótimo do filtro de Wiener interpolado pode ser diretamente obtido a partir de (5):

$$\mathbf{w}_{so} = \mathbf{R}_{ii}^{-1} \mathbf{p}_i - \mathbf{R}_{ii}^{-1} \mathbf{C} (\mathbf{C}^t \mathbf{R}_{ii}^{-1} \mathbf{C})^{-1} \mathbf{C}^t \mathbf{R}_{ii}^{-1} \mathbf{p}_i, \quad (17)$$

onde

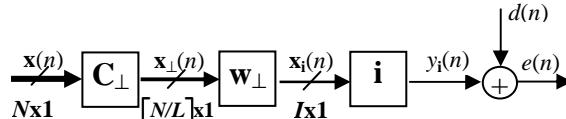
$$\begin{aligned} \mathbf{R}_{ii} &= E\{\mathbf{X}(n) \mathbf{i} \mathbf{i}^t \mathbf{X}^t(n)\} \\ &= \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{I-1} i_i i_j E\{\mathbf{x}(n-i) \mathbf{x}^t(n-j)\} \\ &= \sum_{i=0}^{I-1} \sum_{j=0}^{I-1} i_i i_j \mathbf{R}(j-i); \end{aligned} \quad (18)$$

$$\begin{aligned}
 \mathbf{p}_i &= E\{\mathbf{X}(n)\mathbf{i}d(n)\} \\
 &= \sum_{i=0}^{I-1} i_i E\{\mathbf{x}(n-i)d(n)\} \\
 &= \sum_{i=0}^{I-1} i_i \mathbf{p}(-i) ;
 \end{aligned} \tag{19}$$

e considerando que $\mathbf{f}=\mathbf{0}$.

Tirando proveito da estrutura GSC e das restrições com esparsidade, o esquema de filtragem de Wiener interpolada na Figura 4 transforma-se na forma representada pela Figura 5, já que $\mathbf{f}=\mathbf{0}$ e, consequentemente, $\mathbf{q}=\mathbf{0}$.

Fig. 5: Implementação GSC da filtragem de Wiener interpolada.



Pode-se concluir a partir de (15), que para o caso dado ($L=2$ e N ímpar):

$$\mathbf{C}_{\perp} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \end{bmatrix}_{\lceil N/L \rceil \times N}^t \tag{20}$$

É interessante observar que o vetor \mathbf{w}_{\perp} apresenta somente coeficientes com elementos não nulos. Isto vale dizer que \mathbf{w}_{\perp} não é um filtro esparsa. É a pré-multiplicação de \mathbf{w}_{\perp} por \mathbf{C}_{\perp}^t que insere zeros entre seus elementos, tornando-o esparsa. Ou seja, \mathbf{w}_{\perp} é o filtro de Wiener dizimado, \mathbf{C}_{\perp} e \mathbf{i} respondem pelo processo de interpolação. O sinal de erro é descrito como

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}_{\perp}^t \mathbf{C}_{\perp}^t \mathbf{X}(n) \mathbf{i} \tag{21}$$

e o erro quadrático médio por

$$J(\mathbf{w}_{\perp}) = \sigma_d^2 - 2\mathbf{w}_{\perp}^t \mathbf{C}_{\perp}^t \mathbf{p}_i + \mathbf{w}_{\perp}^t \mathbf{C}_{\perp}^t \mathbf{R}_{ii} \mathbf{C}_{\perp} \mathbf{w}_{\perp} \tag{22}$$

Já o vetor \mathbf{w}_{\perp} ótimo no esquema de filtragem de Wiener interpolada da Figura 5 é dado por:

$$\mathbf{w}_{\perp o} = [\mathbf{C}_{\perp}^t \mathbf{R}_{ii} \mathbf{C}_{\perp}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp}^t \mathbf{p}_i \tag{23}$$

Conseqüentemente, substituindo (23) em (22), o erro quadrático médio mínimo é expresso por:

$$\begin{aligned}
 J_{\min} &= \sigma_d^2 - \mathbf{p}_i^t \mathbf{C}_{\perp} [\mathbf{C}_{\perp}^t \mathbf{R}_{ii} \mathbf{C}_{\perp}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp}^t \mathbf{p}_i \\
 &= \sigma_d^2 - \mathbf{p}_i^t \mathbf{C}_{\perp} \mathbf{w}_{\perp o}
 \end{aligned} \tag{24}$$

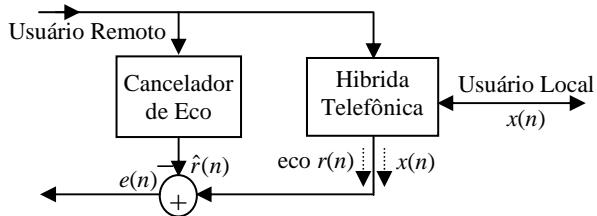
Por fim, vale ressaltar que as expressões do filtro ótimo de Wiener interpolado, apresentadas em (17) e (23), relacionam-se da seguinte forma:

$$\mathbf{w}_{so} = \mathbf{C}_{\perp} \mathbf{w}_{\perp o} \tag{25}$$

4. CANCELADOR DE ECO HÍBRIDO FIR-IFIR

Como mostrado na Figura 6, o cancelamento de eco em linhas telefônicas é realizado através de um filtro digital FIR, colocado em paralelo com a híbrida (Central telefônica). Busca-se o filtro que melhor represente o sistema composto pelo circuito de extensão, híbrida e cargas associadas. Na verdade, o cancelamento de eco em linhas telefônicas resume-se a um problema típico de identificação de sistemas. Uma vez que o sistema é identificado, uma réplica do eco, $\hat{r}(n)$, pode ser gerada e subtraída do sinal a ser transmitido para o usuário remoto [10]-[11].

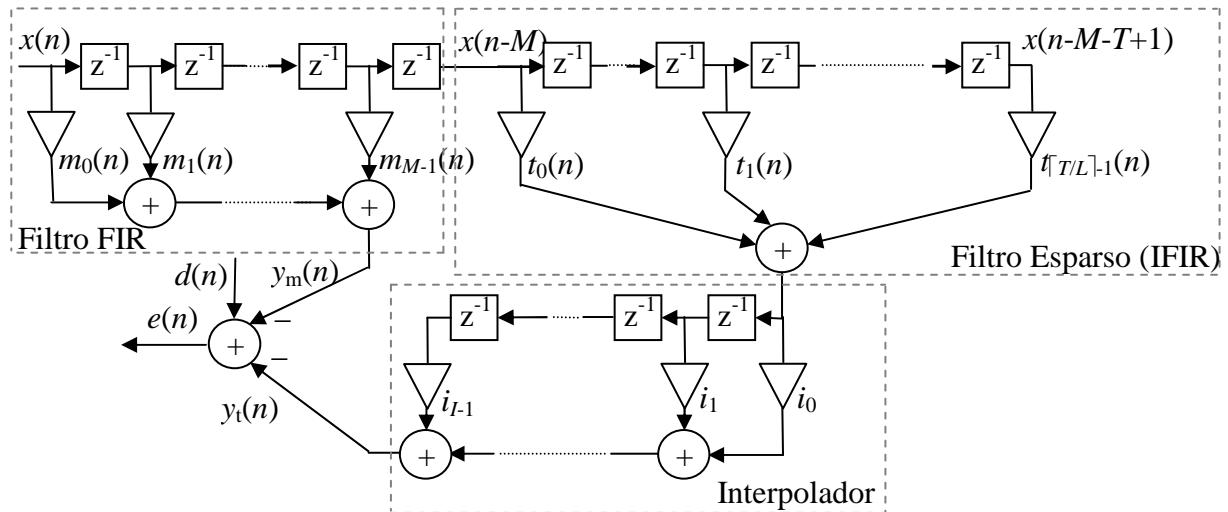
Fig. 6: Esquema de cancelamento de eco em linhas telefônicas.



O cancelador de eco híbrido FIR-IFIR, proposto por Abousaada em [7], baseia-se na constatação de que a resposta ao impulso do sistema gerador de eco pode ser dividida em duas partes com comportamentos distintos. A primeira parte (parte inicial ou principal), de curta duração, é caracterizada por grandes variações de amplitude entre amostras adjacentes (pouca correlação). Já a segunda parte (parte final ou cauda), de maior duração, é bem comportada, o que caracteriza a existência de uma forte correlação entre suas amostras.

Assim, como mostrado na Figura 7, o cancelador híbrido utiliza um filtro FIR convencional para modelar a parte principal do sistema gerador de eco e um filtro IFIR para modelar a cauda.

Fig. 7: Estrutura híbrida FIR-IFIR do cancelador de eco proposto por Abousaada.



A. O Cancelador Híbrido Ótimo

Como mostrado na Figura 8, o esquema do cancelador híbrido proposto em [7] pode ser abordado via GSC. A parte superior corresponde às amostras iniciais (parte principal) da resposta ao impulso do cancelador e a parte inferior responde pelas amostras finais (cauda). Para ilustrar como as matrizes $C_{\perp m}$ e $C_{\perp t}$ são formadas, considere que o cancelador tem $N=5$ coeficientes, com $M=2$ coeficientes na parte principal e $T=3$ na cauda. Considere, também, que a cauda tem um grau de esparsidade $L=2$. Logo:

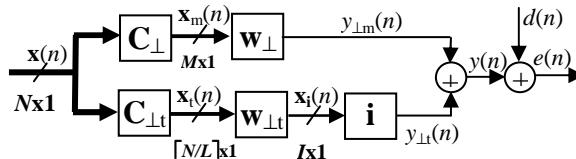
$$\mathbf{C}_{\perp m} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}_{N \times M} \quad (26a)$$

e

$$\mathbf{C}_{\perp t} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}_{N \times \lceil T/L \rceil} \quad (26b)$$

Observe que $\mathbf{q}_m = \mathbf{q}_t = \mathbf{0}_N$, uma vez que $\mathbf{f}_m = \mathbf{0}_{N-M}$ e $\mathbf{f}_t = \mathbf{0}_{N-\lceil T/L \rceil}$.

Fig. 8: Implementação GSC do cancelador híbrido.



O sinal de erro é descrito como

$$e(n) = d(n) - \mathbf{w}_{\perp m}^T \mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{x}(n) - \mathbf{w}_{\perp t}^T \mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{X}(n) \mathbf{i} \quad (27)$$

e o erro quadrático médio por

$$\begin{aligned} J(\mathbf{w}_{\perp m}, \mathbf{w}_{\perp t}) = & \sigma_d^2 - 2\mathbf{w}_{\perp m}^T \mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{p} + \mathbf{w}_{\perp m}^T \mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp m} \mathbf{w}_{\perp m} + \\ & - 2\mathbf{w}_{\perp t}^T \mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{p}_i + \mathbf{w}_{\perp t}^T \mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{R}_{ii} \mathbf{C}_{\perp t} \mathbf{w}_{\perp t} + 2\mathbf{w}_{\perp t}^T \mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{R}_i \mathbf{C}_{\perp m} \mathbf{w}_{\perp m}, \end{aligned} \quad (28)$$

onde

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_i &= E\{\mathbf{X}(n) \mathbf{i} \mathbf{x}^T(n)\} \\ &= \sum_{i=0}^{I-1} i_i E\{\mathbf{x}(n-i) \mathbf{x}^T(n)\} \\ &= \sum_{i=0}^{I-1} i_i \mathbf{R}(-i) \end{aligned} \quad (29)$$

sendo que \mathbf{R}_{ii} e \mathbf{p}_i são definidos em (18) e (19), respectivamente. Observe que o último termo em (28) corresponde ao valor esperado do produto cruzado dos sinais de saída das partes principal e cauda.

Se considerarmos que o sinal $x(n)$, presente na entrada do cancelador, é modelado como ruído branco gaussiano, estacionário e de média zero, este termo se anula, uma vez que $\mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{R}_i \mathbf{C}_{\perp m} = \mathbf{0}$. Ou seja, $y_{\perp m}(n)$ e $y_{\perp t}(n)$ são estatisticamente descorrelacionados ($E\{y_{\perp m}(n)y_{\perp t}(n)\} = 0$) e, consequentemente, $\mathbf{w}_{\perp m}$ e $\mathbf{w}_{\perp t}$ podem ser otimizados separadamente. As soluções ótimas são dadas por:

$$\mathbf{w}_{\perp mo} = [\mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp m}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{p} \quad (30)$$

e

$$\mathbf{w}_{\perp to} = [\mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{R}_{ii} \mathbf{C}_{\perp t}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{p}_i \quad (31)$$

Já o erro quadrático médio mínimo é obtido substituindo (30) e (31) em (28), tendo como resultado:

$$\begin{aligned} J_{\min} &= \sigma_d^2 - \mathbf{p}^T \mathbf{C}_{\perp m} [\mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp m}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{p} - \mathbf{p}_i^T \mathbf{C}_{\perp t} [\mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{R}_{ii} \mathbf{C}_{\perp t}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{p}_i \\ &= \sigma_d^2 - \mathbf{p}^T \mathbf{C}_{\perp m} \mathbf{w}_{\perp mo} - \mathbf{p}_i^T \mathbf{C}_{\perp t} \mathbf{w}_{\perp to} \end{aligned} \quad (32)$$

A consideração acima é válida para transmissão de dados em linhas telefônicas, a qual pode ser modelada como ruído branco. Entretanto, quando as amostras do sinal de entrada são correlacionadas, como no caso do sinal de voz, o último termo em (28) é diferente de zero. Portanto, $\mathbf{w}_{\perp m}$ e $\mathbf{w}_{\perp t}$ não podem ser otimizados independentemente. Então, podemos adotar como solução sub-ótima para $\mathbf{w}_{\perp m}$ a própria expressão em (30).

Seja o vetor $\mathbf{w}_{\perp mso}$ denotar esta solução sub-ótima. Neste caso, a solução sub-ótima para $\mathbf{w}_{\perp t}$, em função de $\mathbf{w}_{\perp mso}$, é dada por:

$$\mathbf{w}_{\perp tso} = [\mathbf{C}_{\perp t}^T \mathbf{R}_{ii} \mathbf{C}_{\perp t}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp t}^T [\mathbf{p}_i - \mathbf{R}_i \mathbf{C}_{\perp m} \mathbf{w}_{\perp mso}] \quad (33)$$

Substituindo (30) e (33) em (28), obtém-se a seguinte expressão para o erro quadrático médio mínimo

$$J_{\min} = \sigma_d^2 - \mathbf{p}^T \mathbf{C}_{\perp m} [\mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{R} \mathbf{C}_{\perp m}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp m}^T \mathbf{p} +$$

$$\begin{aligned} & -[\mathbf{p}_i - \mathbf{R}_i \mathbf{C}_{\perp m} \mathbf{w}_{\perp ms}]^t \mathbf{C}_{\perp t} [\mathbf{C}_{\perp t}^t \mathbf{R}_{ii} \mathbf{C}_{\perp t}]^{-1} \mathbf{C}_{\perp t}^t \cdot [\mathbf{p}_i - \mathbf{R}_i \mathbf{C}_{\perp m} \mathbf{w}_{\perp ms}] \\ & = \sigma_d^2 - \mathbf{p}^t \mathbf{C}_{\perp m} \mathbf{w}_{\perp ms} - [\mathbf{p}_i - \mathbf{R}_i \mathbf{C}_{\perp m} \mathbf{w}_{\perp ms}]^t \mathbf{C}_{\perp t} \mathbf{w}_{\perp ts}, \end{aligned} \quad (34)$$

B. Análise de Degradação

A métrica utilizada para avaliar o desempenho do cancelador, no que diz respeito à atenuação do eco, é definida como [8]:

$$\zeta \equiv \frac{\sigma_r^2}{\sigma_e^2} \quad (35)$$

onde

$$\sigma_r^2 = E\{r^2(n)\} \quad (36)$$

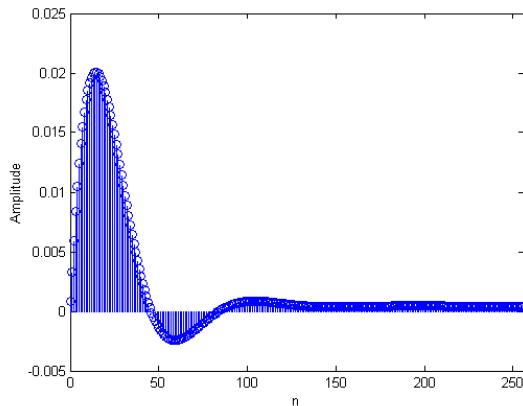
e

$$\begin{aligned} \sigma_e^2 &= E\{e^2(n)\} \\ &= E\{[r(n) - \hat{r}(n)]^2\} \end{aligned} \quad (37)$$

denotam, para $x(n)=0$, as variâncias dos ecos total e residual, respectivamente. Assim, de posse da expressão do erro quadrático médio mínimo, podemos avaliar o desempenho do cancelador em função da correlação do sinal de entrada, do grau de esparsidade L e do interpolador.

A fim de mensurarmos a degradação introduzida pelo filtro IFIR no cancelador híbrido, considere que a híbrida a ser identificada é modelada por um processo MA (*moving average*) de ordem 255, com resposta impulsiva mostrada na Figura 9 [11]-[12].

Fig. 9: Resposta ao impulso da híbrida.



No que se refere à modelagem do sinal proveniente do assinante remoto, considera-se: *i*) ruído branco gaussiano de média zero e variância unitária e *ii*) ruído colorido gerado por um processo AR (*autoregressivo*), assintoticamente estacionário, de ordem 2, e governado pela seguinte equação de diferença [8]:

$$u(n) - 0,1u(n-1) - 0,8u(n-2) = v(n), \quad (38)$$

onde $v(n)$ é um ruído branco gaussiano, de média zero, com variância $\sigma_v^2 = 0,27$, escolhida de forma que a variância de $u(n)$ seja unitária. O espalhamento dos autovalores da matriz de correlação de $u(n)$ é $\chi(n) = 313,3256$, o que caracteriza um sinal bem correlacionado. As curvas de degradação do desempenho dos canceladores de eco usando um único filtro de Wiener Interpolado (IFIR) e usando filtros híbridos (FIR-IFIR) são mostradas na Figura 10, tendo como sinal remoto o ruído branco. O número de coeficientes da parte principal foi fixado em $M=100$ e os 156 coeficientes restantes foram atribuídos à cauda ($T=156$). Na Tabela 1 vemos uma projeção dessa degradação do cancelamento de eco para ambos os canceladores em função de L . Tanto pela Figura 10 quanto pela Tabela 1, observa-se que o cancelador híbrido sempre tem um desempenho melhor em função de L que o cancelador que usa em sua estrutura um único filtro IFIR.

Na figura 11 temos as curvas de degradação para ambos os filtros em função de L usando como sinal remoto tanto o ruído branco quanto o ruído colorido. Como era de se esperar, em ambos os casos, o melhor desempenho do cancelador ocorre para $L=2$. Observamos também que, independente de L , o desempenho do cancelador híbrido é

sempre superior para sinais descorrelacionados. Por outro lado, a taxa de decaimento do desempenho para ruído branco em função de L é maior do que para ruído colorido.

Fig. 10: Desempenho dos canceladores IFIR e híbrido.

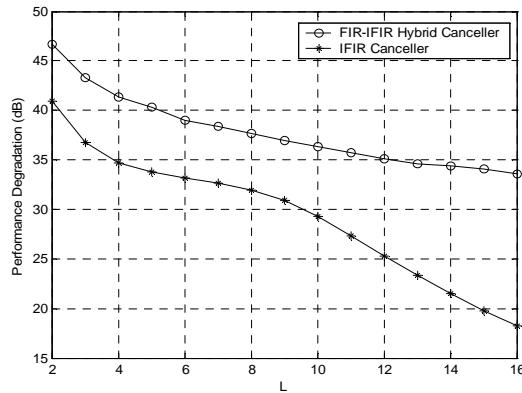
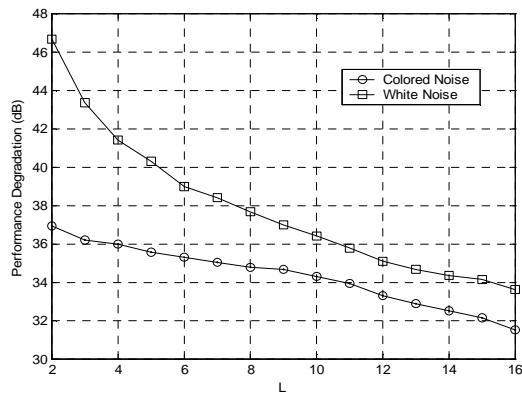


Fig. 11: Desempenho do cancelador híbrido FIR-IFIR.



5. CONCLUSÕES

Neste trabalho, foi possível encontrar o filtro sub-ótimo para a estrutura híbrida proposta por Abousaada [7] bem como analisar a degradação introduzida pelo filtro IFIR no cancelador híbrido em função da correlação do sinal de entrada, do grau de esparsidão do filtro IFIR e dos parâmetros do interpolador. Uma abordagem de otimização restrita foi aplicada ao problema de filtragem transversal interpolada. A utilização de tal abordagem pode ser estendida a filtros com diferentes formas de esparsidão.

Tabela 1: Medidas de desempenho do cancelamento de eco tendo como sinal remoto ruído branco.

	L=2	L=5	L=10	L=15	L=20	L=30	L=40	L=50
Cancelador IFIR (dB)	40,92	33,74	29,24	19,79	12,90	4,84	1,49	0,839
Cancelador FIR-IFIR (dB)	46,68	40,30	36,37	34,11	32,28	30,10	28,92	28,33

REFERÊNCIAS

- [1] NEUVO, Y; DONG, C. Y.; MITRA, S. K.; **Interpolated Finite impulse Response Digital Filters**. IEEE Trans. On Acoust., Speech and Signal Processing; vol. ASSP-32; pp. 563-570; June 1984.
- [2] SARAKAMI, T.; NEUVO, Y; MITRA, S. K.; **Design of Computationally Efficient Interpolated FIR Filters**. IEEE Trans. On Circuits and Systems; vol. 35; pp. 70-88; January 1988.
- [3] LYONS, R.; **Interpolated Narrowband Lowpass FIR Filters**. IEEE Signal Processing Magazine; vol. 20; nro. 1; pp. 50-57; January 2003.
- [4] RESENDE, L. S.; ROCHA, C. A. F.; BELLANGER, M. G.; **A Linearly-Constrained Approach to the Interpolated FIR Filtering Problem**. Proceedings of the IEEE - ICASSP'2000, Istanbul, TURKEY; May 2000.
- [5] RESENDE, L.S.; ROCHA, C.A. and BELLANGER, M. G.; **A New Structure for Adaptive IFIR Filtering**. Proceedings of the IEEE ICASSP' 2000, Istanbul, TURKEY; May 2000.
- [6] RESENDE, L.S.; ROCHA, C.A. and BELLANGER, M. G.; **Degradation Analysis for Interpolated Wiener Filtering**. Proceedings of the European Signal Processing Conference (EUSIPCO'2002); Toulouse, FRANCE; September 2002.
- [7] ABOUSAADA, A.; ABOULNASR, T.; *et al.* An Echo Tail Canceller Based on Adaptive Interpolated FIR Filtering. **IEEE Trans. On Circuits and Systems – II: Analog and Digital Signal Processing**; vol. 39; nro.7; pp.409-416; July 1992.
- [8] HAYKIN, S. **Adaptive Filter Theory**. 4th edition; Prentice-Hall; New Jersey; 2002.
- [9] RESENDE, L. S. **Algoritmos Recursivos de Mínimos Quadrados para Processamento Espacial/Temporal com Restrições Lineares: Aplicação em Antenas Adaptativas**. 1996. Tese. FEEC/UNICAMP; Campinas-SP; 1996.
- [10] WIDROW, B.; STEARNS, S. D. **Adaptive Signal Processing**. Prentice Hall; 1985.
- [11] MAIA, V. **Filtragem de Wiener Interpolada: Uma Abordagem via Restrições Lineares**. 2003. Dissertação. PPGEEL/UFSC, Florianópolis-SC, 2003.
- [12] MAIA, V. **FIR-IFIR Hybrid Echo Canceller Degradation Analysis**. 10th IEEE Singapore International Conference on. ICCS 2006.